CALCULS EN TOPOGRAPHIE SOUTERRAINE

Éric Taillard

Schrattenfluh, septembre 1998

NOTATIONS

Coordonnées polaires :

L	Longueur d'une visée
A	Azimut d'une visée
P	Pente d'une visée

Coordonnées rectangulaires :

N	Coordonnées d'un point le long de l'axe Sud-Nord
E	Coordonnées d'un point le long de l'axe Ouest-Est
H	Altitude d'un point

n	Accroissement en direction du Nord d'une visée
e	Accroissement en direction de l'Est d'une visée
h	Accroissement en hauteur d'une visée
l_p	Longueur d'une visée projetée sur un plan horizontal

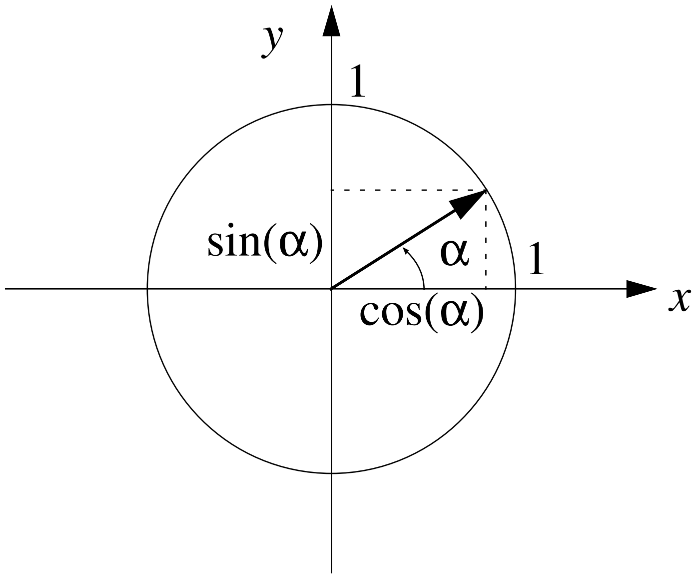
Conversion coordonnées polaires → rectangulaires

$l_p = L \cos(P)$ $\qquad$ $h = L \sin(P)$

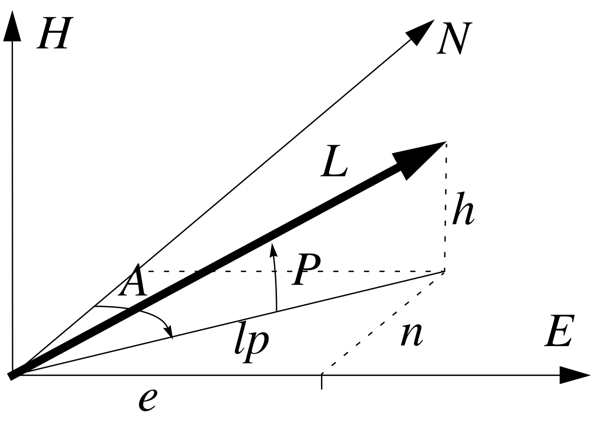
$e = l_p \sin(A)$ $\qquad$ $n = l_p \cos(A)$

SYSTÈMES DE COORDONNÉES

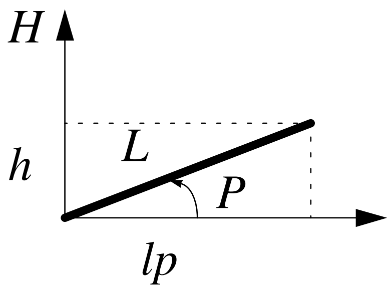
Définitions trigonométriques:



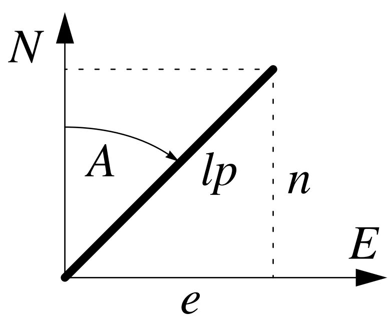
Représentation d'une visée :



Coupe développée



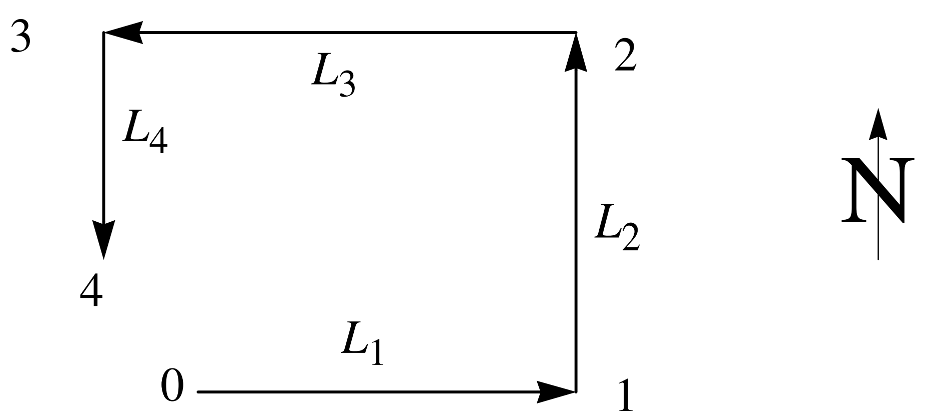
Plan



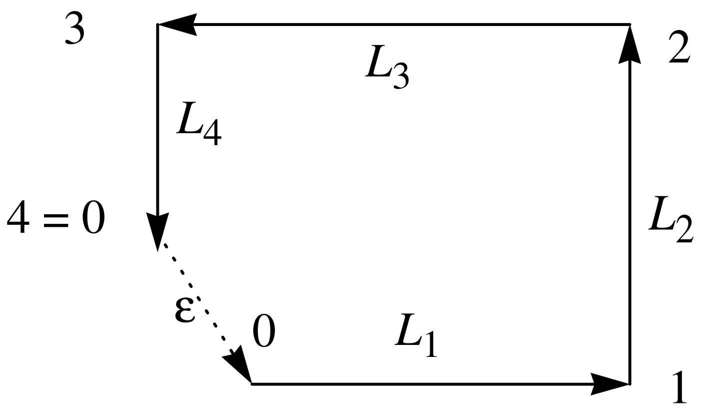
EXEMPLE DE CALCUL

Visées (m. et grades)				Accroissements (m.)				Coordonnées (m.)			
N°	*L*	*A*	*P*	*lp*	*e*	*n*	*h*	*Lp*	*E*	*N*	*H*
0	—	—	—	—	—	—	—	0	0	0	0
1	10	100	-5	9,97	9,97	0	-0,78	9,97	9,97	0	-0,78
2	11	0	3	10,99	0	10,99	0,52	20,96	9,97	10,99	-0,27
3	12	300	8	±11,91	-11,91	0	1,50	9,05	-1,94	10,99	1,24
4	8	200	-2	±7,99	0	-7,99	-0,25	1,05	-1,94	3,00	1,00

Plan :



CORRECTION D'UNE BOUCLE



Problème : En calculant le cheminement le long d'une boucle, on ne retombe pas sur le point de départ, à cause des erreurs de mesure.

Problème équivalent : on veut forcer les coordonnées d'arrivée d'une galerie.

Comment compenser ces erreurs ?

Méthode: Calculer l'erreur totale $\varepsilon = (\varepsilon_e, \varepsilon_n, \varepsilon_h)$ faite sur la boucle (différence entre les coordonnées de départ et d'arrivée si l'on fait les calculs sans compensation) et la répartir sur toutes les visées.

FORMULES DE COMPENSATION

On a une galerie composée de k visées de longueur L_1, L_2, …, L_k, et il manque (ε_e, ε_n, ε_h) à l'arrivée.

Facteur de compensation:

$$F = \frac{1}{L_1^2 + L_2^2 + \ldots + L_k^2}$$

Remarque: on peut définir des facteurs de compensation qui dépendent de l'axe et de la précision estimée avec laquelle on a fait la visée.

Plus une visée est longue, plus on a le droit de compenser.

Une visée de longueur L et d'accroissements e, n, h aura des accroissements compensés:

$$e' = e + L^2 F \varepsilon_e$$

$$n' = n + L^2 F \varepsilon_n$$

$$h' = h + L^2 F \varepsilon_h$$

EXEMPLE DE CALCUL DE COMPENSATION

On a effectué les visées et calculé les coordonnées non compensées suivantes :

Visées (m. et grades)				Accroissements (m.)			Coordonnées (m.)		
N°	L	A	P	e	n	h	E	N	H
0	—	—	—	—	—	—	0	0	0
1	10	100	-5	9,97	0	-0,78	9,97	0	-0,78
2	11	0	3	0	10,99	0,52	9,97	10,99	-0,27
3	12	300	8	-11,91	0	1,50	-1,94	10,99	1,24
4	8	200	-2	0	-7,99	-0,25	-1,94	3,00	1,00

Il manque 1,94m en direction de l'Est pour fermer la boucle, on a 3,00m (respectivement 1,00m) de trop en direction du Nord (respectivement hauteur).

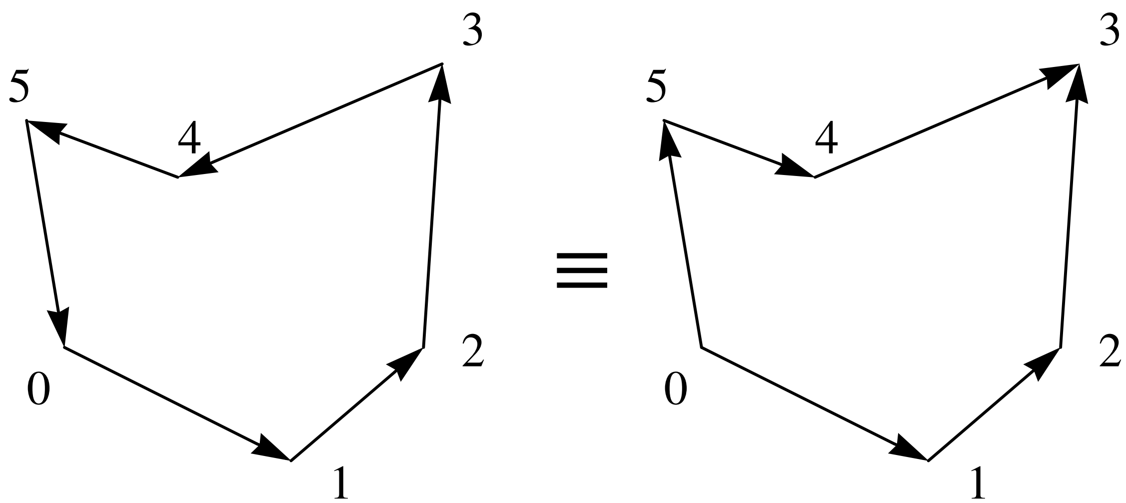
Facteur de compensation : $F = 1/(10^2 + 11^2 + 12^2 + 8^2) = 1/429$

Visées (m. et grades)				Corrections			Accroissements corrigés		
N°	L	A	P	$L^2F\varepsilon_e$	$L^2F\varepsilon_n$	$L^2F\varepsilon_h$	e'	n'	h'
1	10	100	-5	0,45	-0.7	-0,23	10,42	-0,70	-1,01
2	11	0	3	0.55	-0,85	-0,28	0,55	10,14	0,24
3	12	300	8	0,62	-1,01	-0,34	-11,29	-1,01	1,16
4	8	200	-2	0,29	-0,45	-0,15	0,29	-8,44	-0,40

AVANTAGES DES BOUCLES

Même si les calculs sont plus fastidieux, topographier en faisant des boucles lorsque c'est possible présente deux avantages :

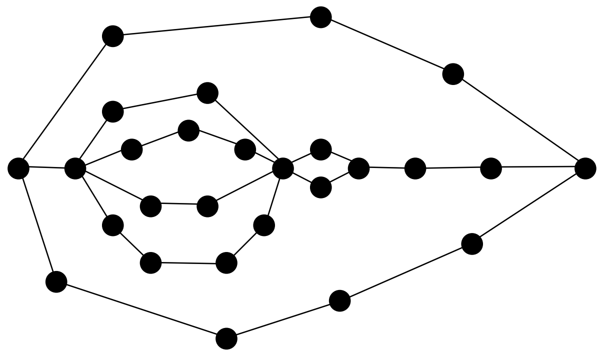
1) Vérification des mesures et des connexions des galeries.
2) Calcul des coordonnées avec plus de précision.



Dans cet exemple, on a mesuré deux fois le parcours $0 \rightarrow 3$: une fois 0-1-2-3 et une fois 0-5-4-3. On peut donc faire la « moyenne » des deux mesures pour obtenir avec plus de précision les coordonnées du point 3 (ou de n'importe quel autre point de la boucle).

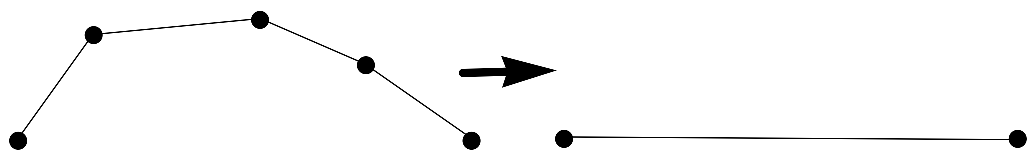
RÉSEAUX SÉRIE-PARALLÈLES

Avec la technique de correction d'une boucle, il est possible de calculer un réseau de type série-parallèle comportant des boucle imbriquées.



Techniques de réduction :

Réduire une galerie en une seule visée



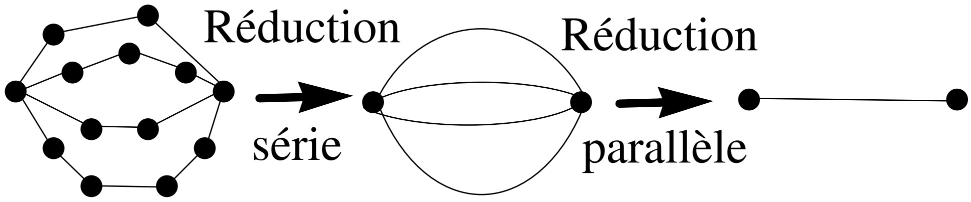
Accroissements de la galerie, longueur équivalente :

$$e = \sum_i e_i \quad n = \sum_i n_i \quad h = \sum_i h_i \quad L = \sqrt{\sum_i L_i^2}$$

Remarque : la longueur équivalente est plus courte que la longueur totale de la galerie pour tenir compte que, statistiquement, les erreurs se compensent.

Réduction parallèle :

Réduire les visées parallèles en une seule visée:



Accroissements de la galerie, longueur équivalente:

$$e=\frac{\sum_i e_i/L_i^2}{\sum_i 1/L_i^2} \quad n=\frac{\sum_i n_i/L_i^2}{\sum_i 1/L_i^2} \quad h=\frac{\sum_i h_i/L_i^2}{\sum_i 1/L_i^2} \quad L=\frac{1}{\sqrt{\sum_i 1/L_i^2}}$$

Méthode globale :

Réduire le réseau complet en une seule visée et calculer les coordonnées des deux extrémités. Étendre ensuite chaque galerie et calculer les coordonnées des point, en compensant avec la méthode décrite pour les boucles, et en utilisant la longueur équivalente, si une visé a été obtenue par agrégation.

Pour les réseaux qui ne sont pas de type série-parallèle, il faut résoudre de grands systèmes d'équations, ce qui ne peut se faire qu'avec un ordinateur. L'utilisation de Toporobot est vivement conseillée dans ce cas.